

الوحدة الرابعة - الدوا

الدروس الرابع : الدوا الخطية

الدوال الخطية

سوف نتعلم اليوم:

تمثيل الدوال باستخدام الجدوال

تمثيل الدوال بالرسم البياني



الربط بالحياة اليومية



التحليق للأعلى وبعيدًا السرعة القصوى لطائرة الطائر الأسود لوكهيد إس SR-71 تبلغ 36.6 كيلومترًا في الدقيقة. إذا كان x يمثل الدقائق التي تقطعها الطائرة بهذه السرعة، فإن قاعدة الدالة للمسافة التي قطعها الطائرة هي $y = 36.6x$.

1. أكمل جدول الدالة.

المُدخل	x	1	2	3	4
القاعدة	$36.6x$	$36.6(1)$	$36.6(2)$	$36.6(3)$	$36.6(4)$
المُخرج	y	36.6	73.2	109.8	146.4
(المُخرج، المُدخل)	(x, y)	$(1, 36.6)$	$(2, 73.2)$	$(3, 109.8)$	$(4, 146.4)$

2. مثل الأزواج المرتبة (x, y) على المستوى الإحداثي الموجود أدناه. ماذا تلاحظ بشأن التمثيل البياني؟

صفحة 295

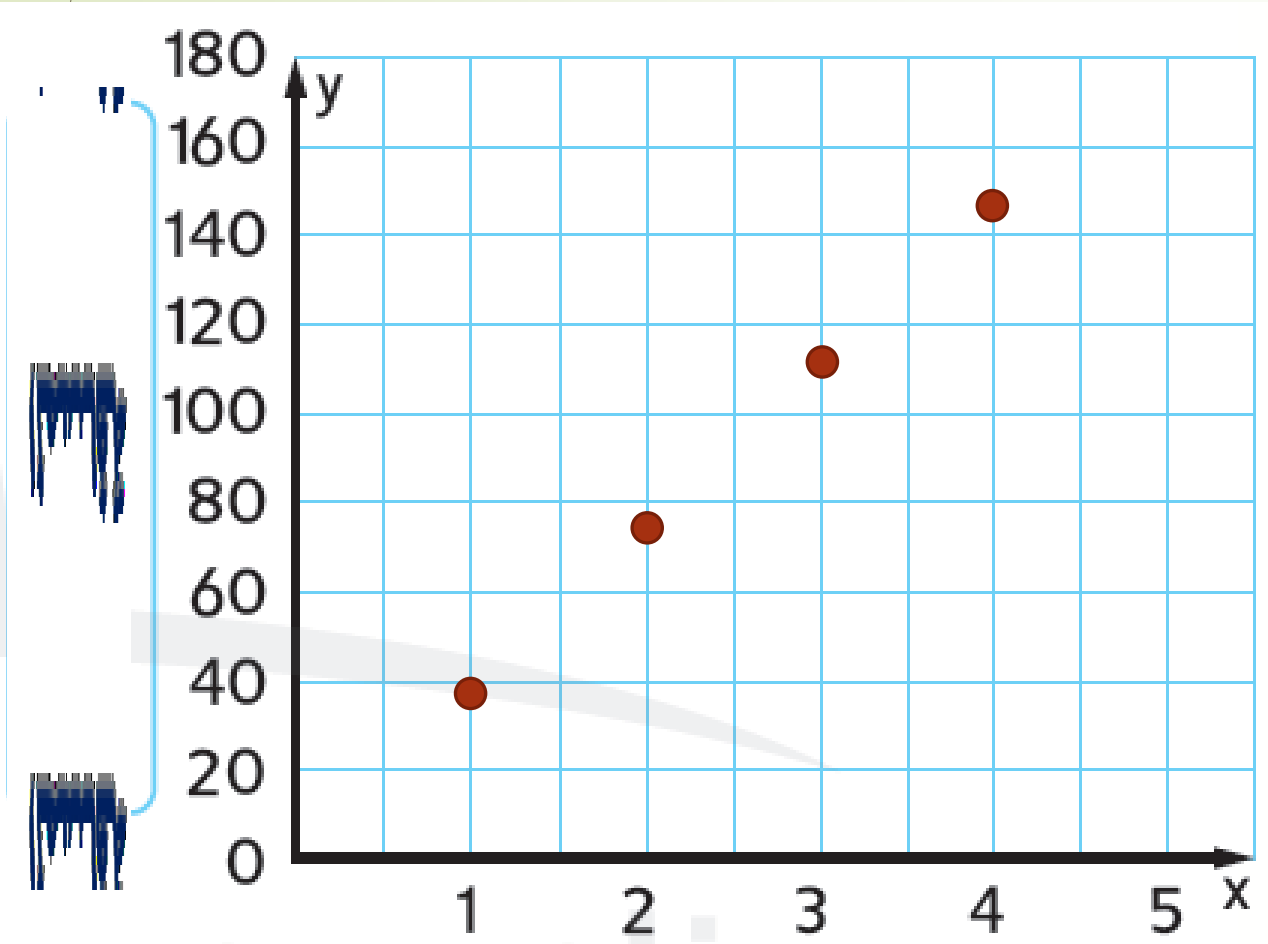
$(1, 36.6)$

$(3, 109.8)$

$(2, 73.2)$

$(4, 146.4)$

يبدو النقاط تقع على خط مستقيم



الزمن (min)

تُكتب الدوال أحيانًا باستخدام متغيرين. ويمثل أحد المتغيرين، الذي عادة ما يكون x ، المجال. بينما يمثل المتغير الآخر، الذي عادة ما يكون y ، المدى. وعندما تُكتب دالة بهذه الطريقة تكون عبارة عن معادلة.

كما هو الحال في المعادلات، يُمكن تمثيل الدوال بالكلمات، وفي جدول، وبالتمثيل البياني، وبالأزواج المرتبة. والتمثيل البياني للدالة هو عبارة عن مجموعة أزواج مرتبة تتكون من مُدخل ومُخرج مقابل.

ترميز الدالة

يُمكن كتابة الدالة $y = 5 - 3x$

أيضًا بترميز الدالة في صورة

$$f(x) = 5 - 3x$$

1. يبيع متجر المدرسة أغلفة الكتب مقابل 2 AED لكل غلاف، ويبيع الدفاتر مقابل 1 AED. ولدى منال 5 AED لإنفاقها. وتمثل الدالة $y = 5 - 2x$ عدد أغلفة الكتب x والدفاتر y التي يُمكنها شراؤها. مثل الدالة بيانًا. وفسر النقاط المرسومة بيانًا.

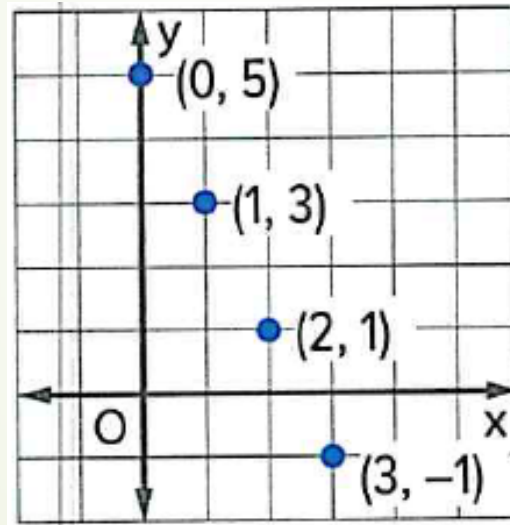
الخطوة 1

اختر قيم المتغير x و عوض عنها في الدالة لإيجاد y .

الخطوة 2

مثل الأزواج المرتبة بيانًا (x, y) .

x	$5 - 2x$	y
0	$5 - 2(0)$	5
1	$5 - 2(1)$	3
2	$5 - 2(2)$	1
3	$5 - 2(3)$	-1



ترميز الدالة

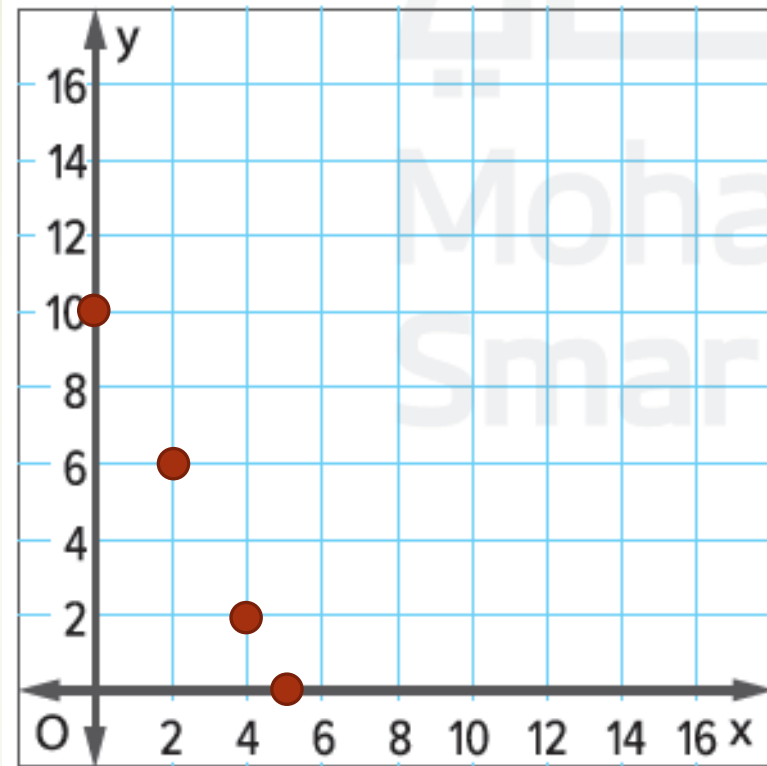
يُمكن كتابة الدالة $y = 5 - 3x$ أيضًا بترميز الدالة في صورة $f(x) = 5 - 3x$.

لا يُمكنها شراء كميات سالبة؛ لذلك يُمكنها شراء 0 من الأغلفة و 5 دفاتر، أو غلاف واحد و 3 دفاتر، أو غلافين ودفتر واحد.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

صفحة 296

لا يمكن شراء
كميات سالبة



يمكن شراء 0 علب عصير و 10 علب مياه

يمكن شراء 2 علب عصير و 6 علب مياه

يمكن شراء 4 علب عصير و 2 علب مياه

يمكن شراء 5 علب عصير و 0 علب مياه

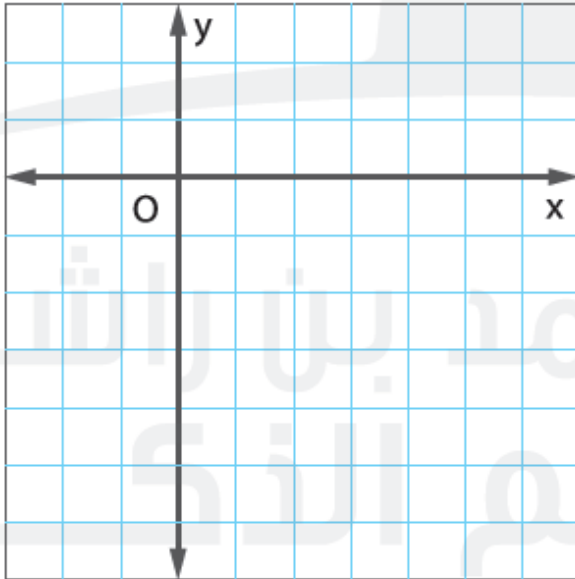
a. تباع بقالة علبة عصير مقابل AED 2. وعلبة مياه مقابل AED 1. ويمكن لعبد الرحمن إنفاق AED 10. تمثل الدالة $y = 10 - 2x$ ، كم عدد علب العصير، x وعدد علب المياه y الذي يمكن لعبد الرحمن شراؤه. مثل الدالة بيانياً، وفسر النقاط التي تم رسمها بيانياً.

x	$y = 10 - 2x$	y
0	$10 - 2(0)$	10
2	$10 - 2(2)$	6
4	$10 - 2(4)$	2
5	$10 - 2(5)$	0

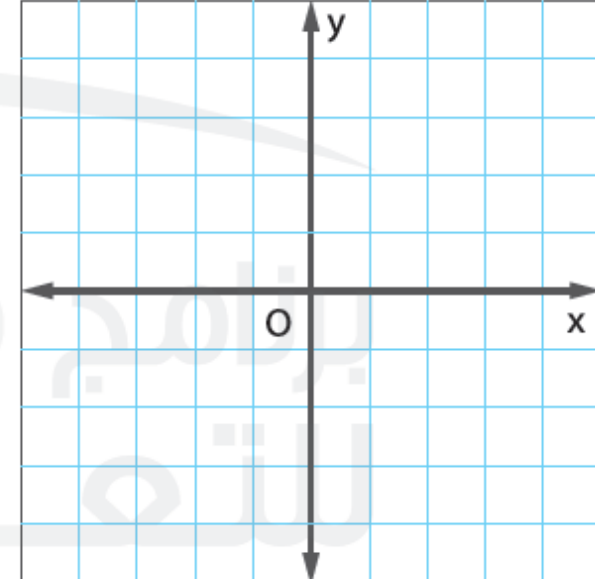
تأكد من فهمك أوجداً حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

مثل بيانياً كل دالة

b. $y = x - 5$



c. $y = -2x$



تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

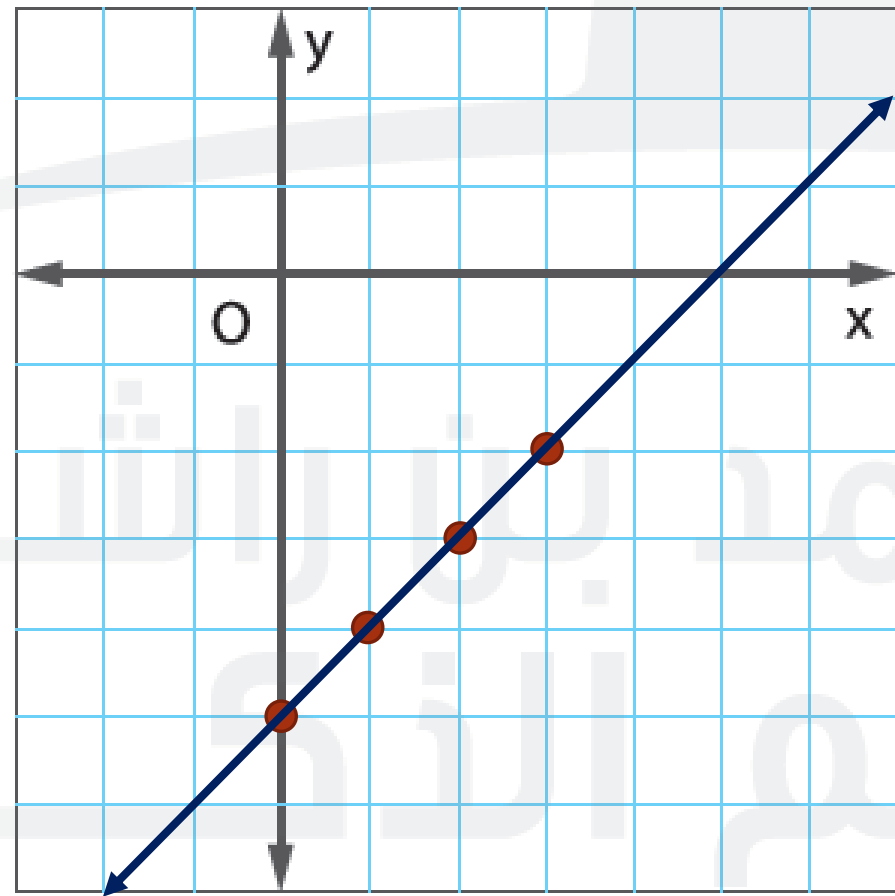
صفحة 297

$$b. y = x - 5$$

مثل بيانياً كل دالة

الخطوة 1 إنشاء جدول دالة.

y	$y = x - 5$	x
	$(0) - 5$	-5
	$(1) - 5$	-4
	$(2) - 5$	-3
	$(3) - 5$	-2



الخطوة 2 مثل كل زوج مرتب. ارسم خطاً يمر عبر جميع هذه النقاط.

الخطوة 2

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

مثل بيانياً كل دالة

الخطوة 1

إنشاء جدول دالة.

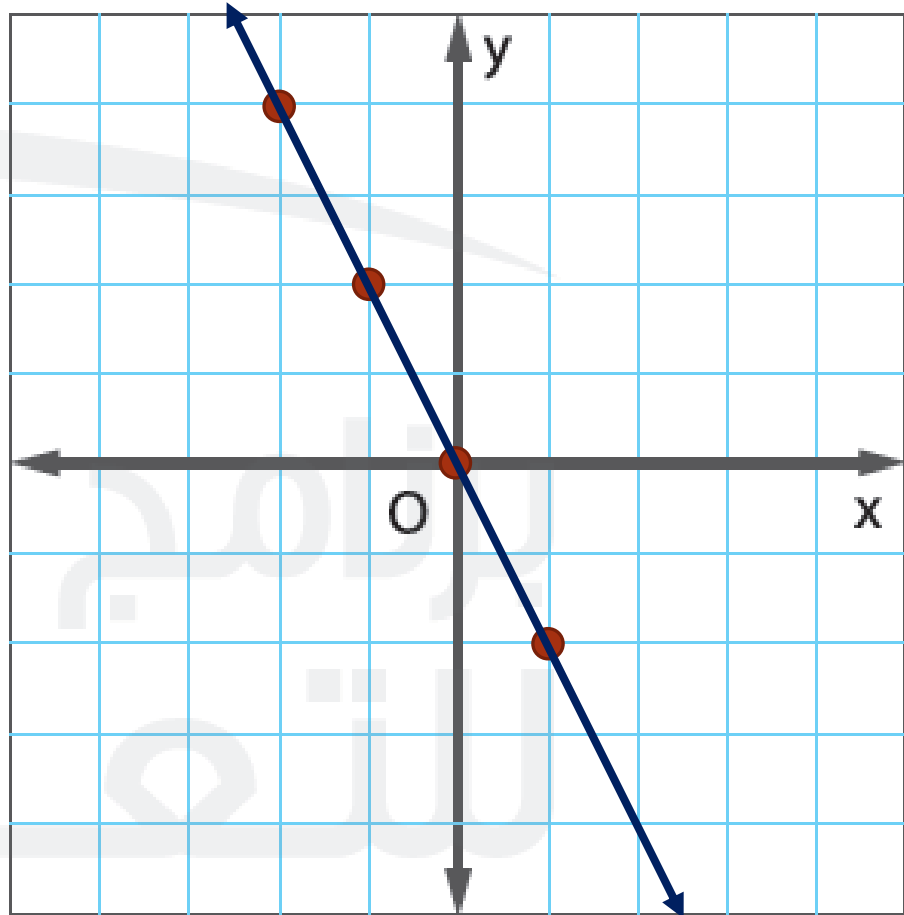
y	$y = -2x$	x
	$-2(-2)$	4
	$-2(-1)$	2
	$-2(0)$	0
	$-2(1)$	-2

الخطوة 2

مثل كل زوج مرتب. ارسم خطاً يمر عبر جميع هذه النقاط.

صفحة 297

$$c. y = -2x$$



الشرح

تقل قيمة y عن قيمة x المقابلة بمقدار 1.

المعادلة

$$y = x - 1$$

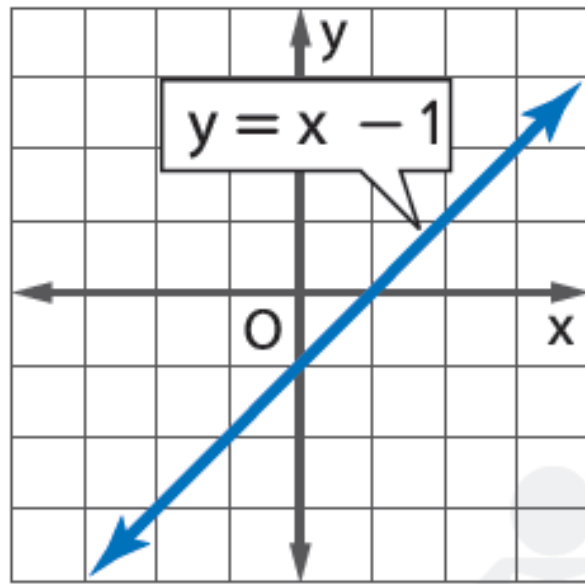
الأزواج المرتبة

 $(0, -1), (1, 0), (2, 1), (3, 2)$

الجدول

x	y
0	-1
1	0
2	1
3	2

التمثيل البياني



الدالة الخطية هي دالة يكون التمثيل البياني فيها للحلول خطأ مستقيماً. إذا، معادلة الصيغة $y = mx + b$ هي عبارة عن دالة خطية.

تُعد الدالة متصلة أو منفصلة. يُمكن **للدالة المتصلة** أن تكون بأي قيمة، لذلك لن تكون هناك فراغات بين قيم البيانات لمجال ما. ويكون **للبيانات المنفصلة** فراغات بين قيم البيانات المحتملة. تكون التمثيلات البيانية للبيانات المتصلة عبارة عن خطوط متصلة، بينما تكون التمثيلات البيانية للبيانات المنفصلة عبارة عن نقاط.

البيانات المتصلة	البيانات المنفصلة
عدد الملليترات في الكوب	عدد الأكواب في الخزانة
وزن كل شريحة من الشكولاتة	عدد شرائح الشكولاتة في الحقيبة

متصلة و منفصلة

إذا كان مجال دالة عبارة عن أعداد صحيحة، فإن هذا يُعد مثالاً على الدالة المنفصلة. وإذا كان المجال هو جميع الأعداد الحقيقية، فإن هذا يُعد مثالاً على الدالة المتصلة.

يتلقى كل فرد يدخل المتجر قسيمة خصم بقيمة 5 AED على إجمالي مشترياته.

اكتب دالة لتمثيل إجمالي قيمة القسائم التي تم إعطاؤها للعملاء.

بفرض أن y يمثل إجمالي قيمة القسائم، ويمثل x عدد الأفراد، فإن المعادلة هي

$$y = 5x$$

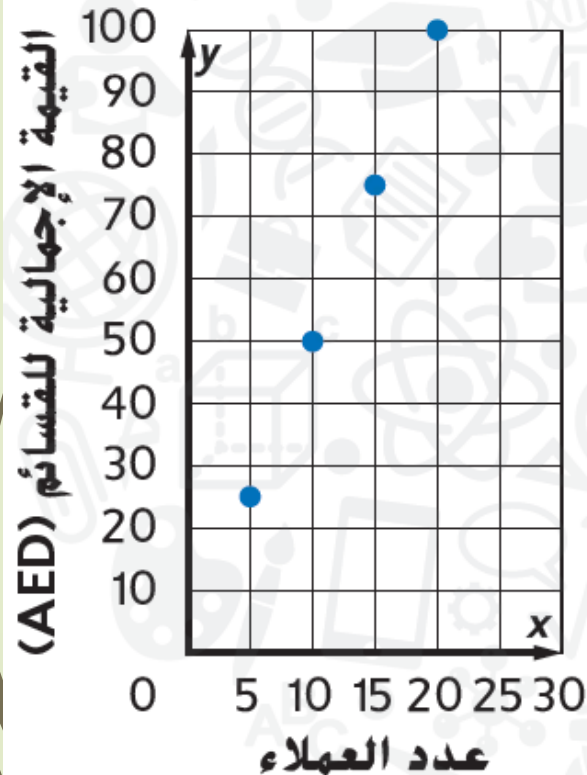
أنشئ جدول دالة لإيجاد إجمالي قيم القسائم المُعطاة لعدد 5، و 10، و 15، و 20 من العملاء.

مثل الدالة بيانياً. هل الدالة متصلة أم منفصلة؟

استخدم الأزواج المرتبة من جدول الدالة لتمثيل الدالة بيانياً.

x	$5x$	y
5	$5(5)$	25
10	$5(10)$	50
15	$5(15)$	75
20	$5(20)$	100

لا بد أن يكون عدد العملاء عددًا كلياً. لذا فإن الدالة منفصلة، وتكون النقاط غير متصلة.



تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

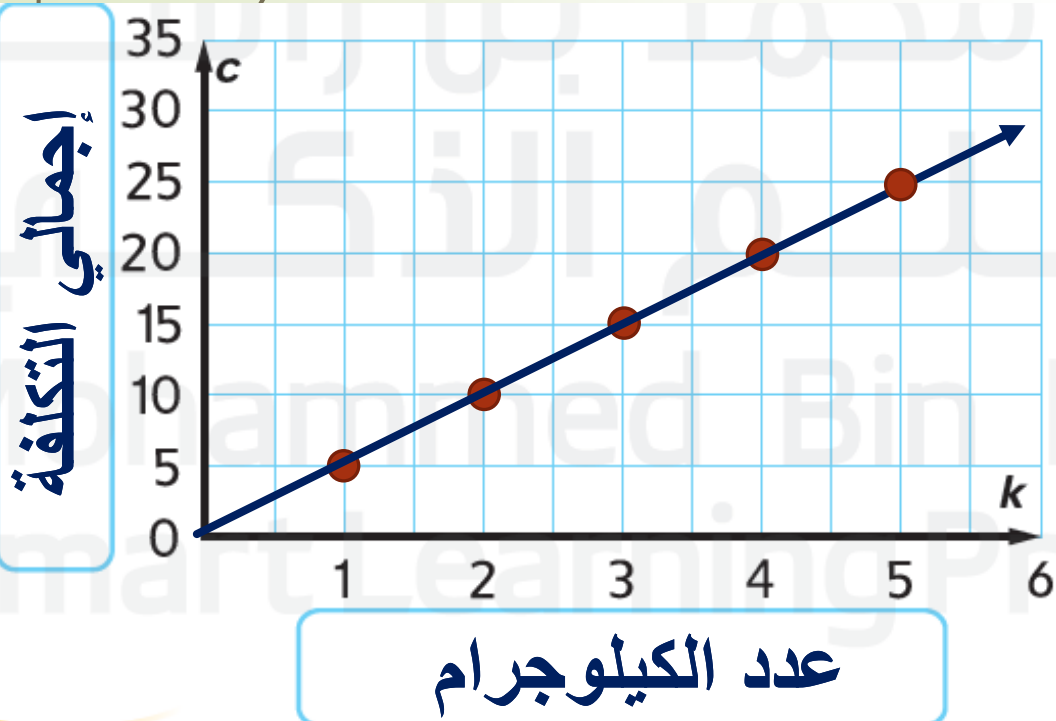
صفحة 299

يبيع متجر مكسرات متنوعة كل كيلوجرام بقيمة 5 AED.

d. اكتب دالة لتمثيل إجمالي تكلفة أي عدد كيلوجرامات من المكسرات. $c = 5k$

e. أكمل جدول الدالة أدناه لإيجاد إجمالي تكلفة كيلوجرام، أو كيلوجرامين، أو 3، أو 4، أو 5 كيلوجرامات من المكسرات.

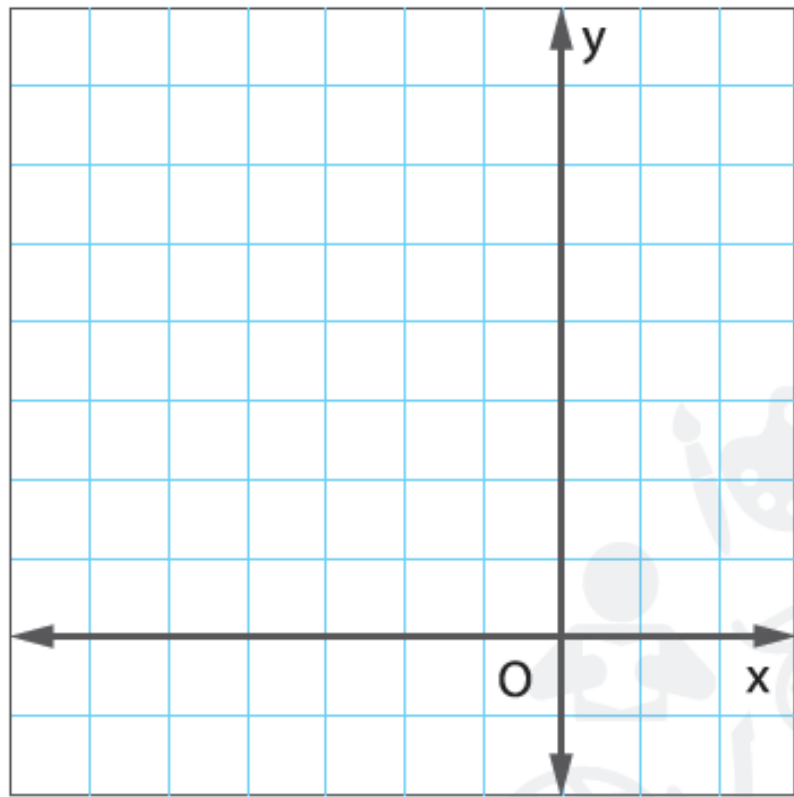
f. مثل الدالة بيانياً. هل الدالة متصلة أم منفصلة؟ اشرح.



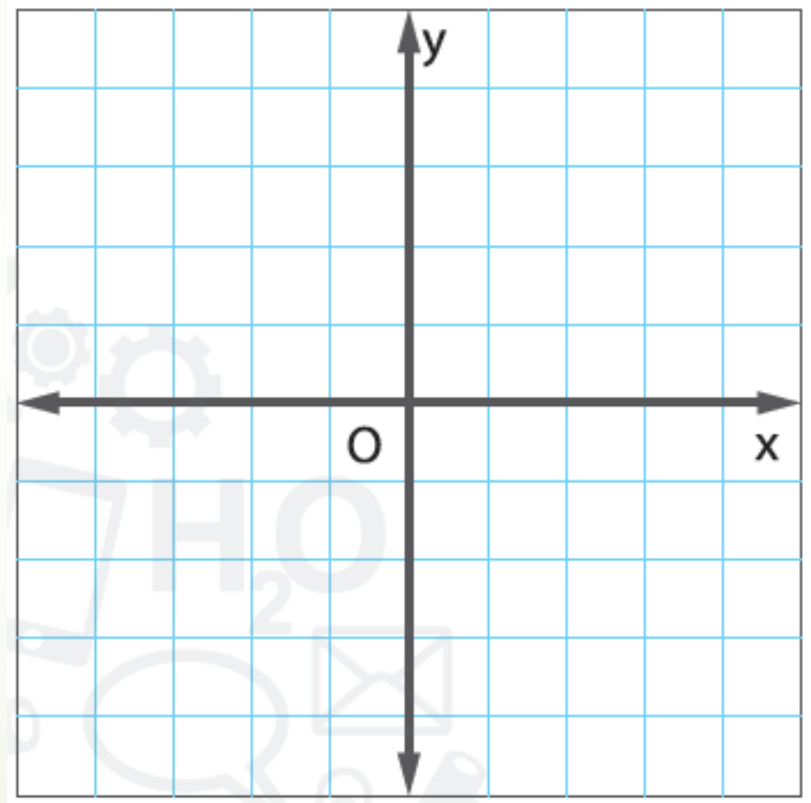
الدالة متصلة
لأنه يمكن شراء
أجزاء من الكيلوجرام
مجال الدالة
(عدد حقيقي موجب)

k	$c = 5k$	c
1	5(1)	5
2	5(2)	10
3	5(3)	15
4	5(4)	20
5	5(5)	25

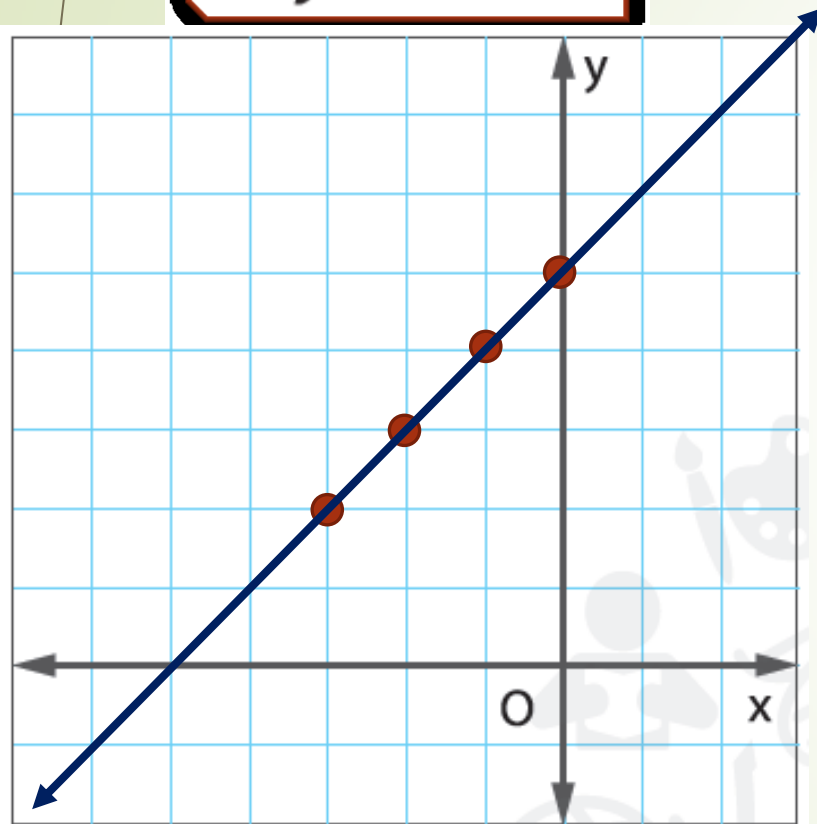
1. $y = x + 5$



2. $y = 3x - 2$



1. $y = x + 5$



إنشاء جدول دالة.

الخطوة 1

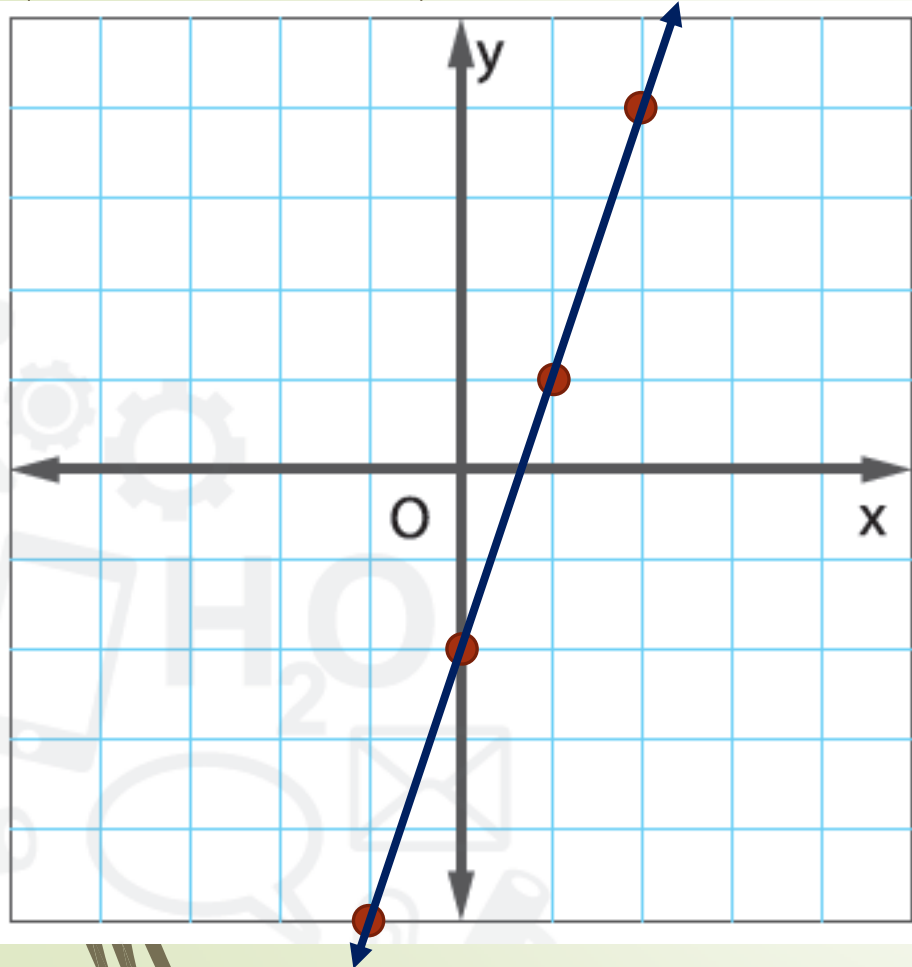
y	$y = x + 5$	x
	$(0) + 5$	5
	$(-1) + 5$	4
	$(-2) + 5$	3
	$(-3) + 5$	2

مثّل كل زوج مرتب. ارسم خطًا يمر عبر جميع هذه النقاط.

الخطوة 2

مثّل كل دالة.

$$2. y = 3x - 2$$



إنشاء جدول دالة.

الخطوة 1

y	$y = 3x - 2$	x
	$3(-1) - 2$	-5
	$3(0) - 2$	-2
	$3(1) - 2$	1
	$3(2) - 2$	4

مثّل كل زوج مرتب. ارسم خطًا يمر عبر جميع هذه النقاط.

الخطوة 2

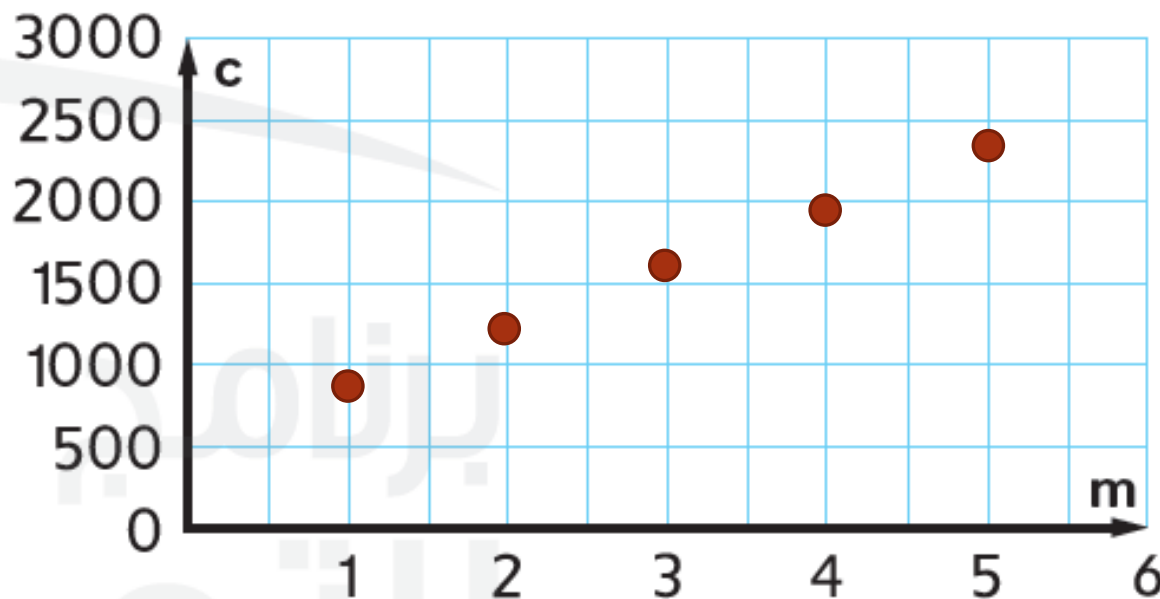
3. تتقاضى شركة كابل للقنوات الفضائية رسم تركيب بقيمة AED 500 بالإضافة إلى AED 359.5 شهريًا نظير الخدمة التي تقدمها. (المثالان 1، و 3-5)

a. اكتب دالة لتمثيل إجمالي تكلفة أي عدد من شهور الخدمة. $c = 359.5m + 500$

b. أنشئ جدول الدالة لإيجاد إجمالي تكلفة شهر، أو شهرين، أو 3، أو 4، أو 5 أشهر.

c. مثل الدالة بيانياً. هل الدالة متصلة أم منفصلة؟ اشرح.

إجمالي التكلفة

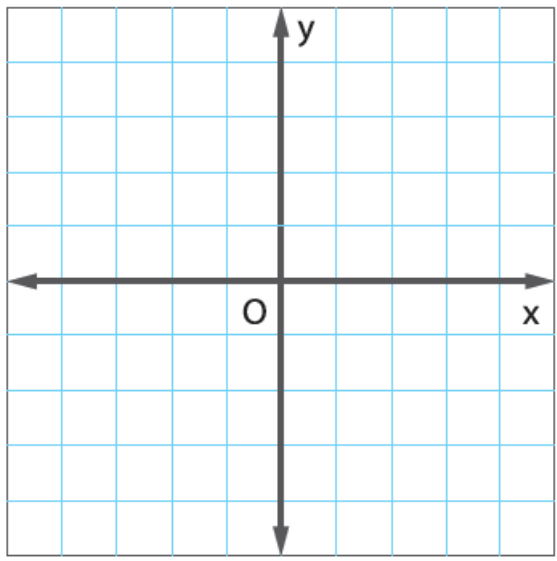


عدد الشهور

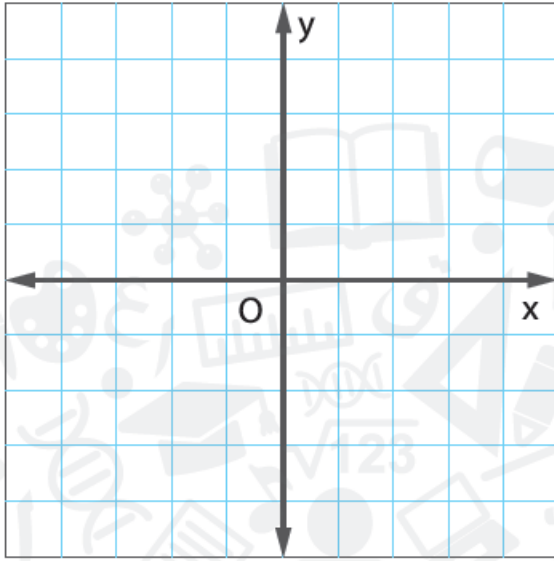
m	$359.5m + 500$	c
1	$359.5(1) + 500$	859.5
2	$359.5(2) + 500$	1219
3	$359.5(3) + 500$	1578.5
4	$359.5(4) + 500$	1938
5	$359.5(5) + 500$	2297.5

الدالة منفصلة لأنه لا يمكن الدفع لجزء من الشهر

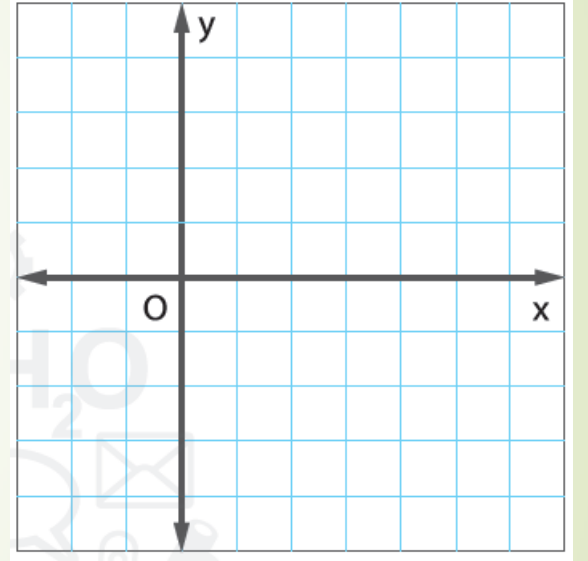
1. $y = 4x$



2. $y = -3x$




3. $y = x - 3$

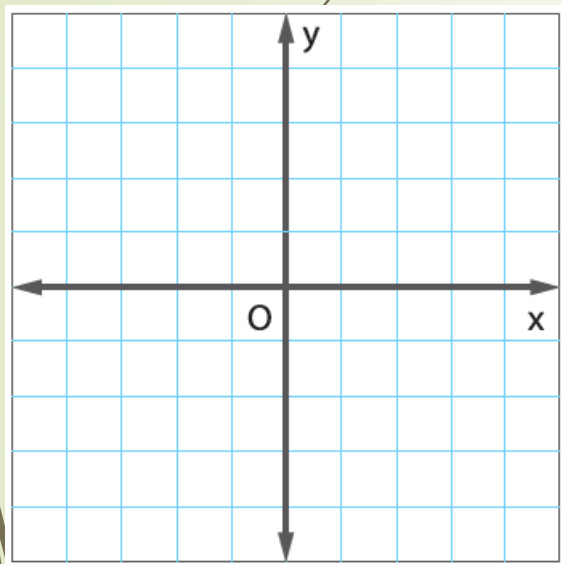


مثّل كل دالة.

تمارين ذاتية

صفحة 301

 $y = 4x$

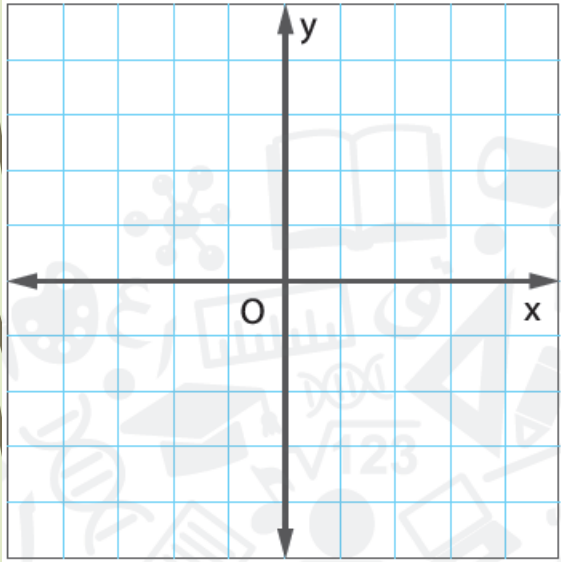


مثّل كل دالة.

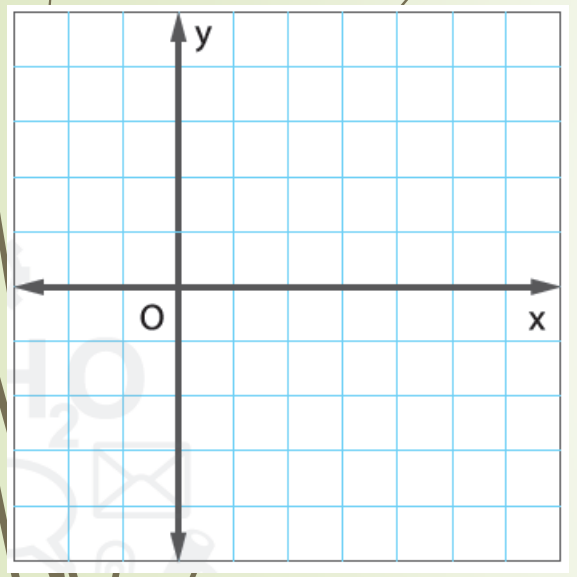
تمارين ذاتية

صفحة 301

$$2. y = -3x$$



3. $y = x - 3$



تمارين ذاتية

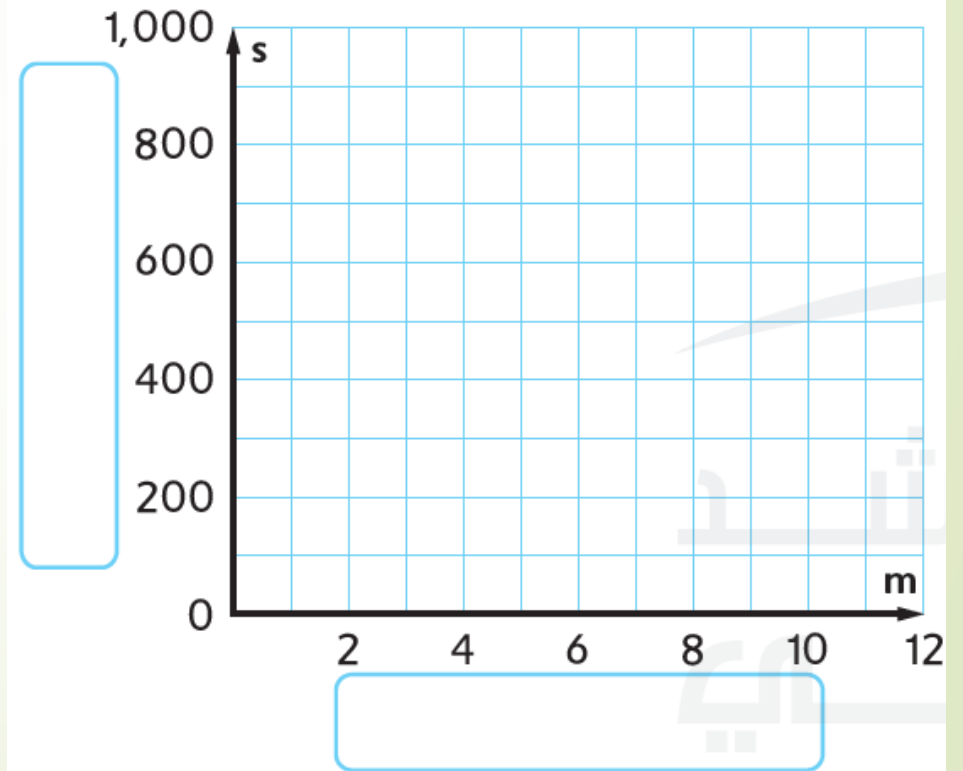
صفحة 301

d. فسّر النقاط التي تم رسمها.

4. المعرفة المالية يدخر عبد الله مالا للجامعة. ولديه بالفعل AED 250. ويخطط لادخار AED 50 شهريًا. (المثالان 1، و 3-5)

- a. اكتب دالة تمثل مدخراته لأي عدد من الأشهر.
- b. أنشئ جدول الدالة لإيجاد إجمالي ادخاره لمدة شهرين، أو 4، أو 6، أو 8، أو 10 أشهر.
- c. مثل الدالة بيانياً. هل الدالة متصلة أم منفصلة؟ اشرح.

مدخرات عبد الله



العنصر	التأمين (AED)	التكلفة في الساعة (AED)
الدراجة الجبلية	150	42.5
عجلة التوازن الكهربائية (السكوتر)	250	25.0

5. **النسخ والحل** يوضح الجدول تكلفة إيجار عناصر مختلفة. **a.** اكتب دالة لتمثيل هذا الموقف.

b. أنشئ جدول الدالة على ورقة منفصلة لإيجاد إجمالي تكلفة إيجار كل عنصر لمدة ساعتين، أو 3، أو 4، أو 5 ساعات.

c. مثل الدالة بيانياً في ورقة رسم بياني منفصلة على نفس المستوى الإحداثي. هل الدالة متصلة أم منفصلة؟ اشرح.

d. هل ستكون تكلفة استئجار الدراجة الجبلية لمدة 8 ساعات أكثر من تكلفة عجلة التوازن الكهربائي (السكوتر) لمدة 8 ساعات أيضًا؟

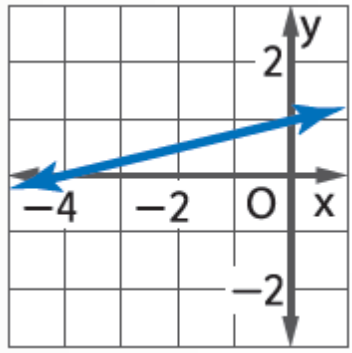
e. ما تكلفة استئجار الدراجة الجبلية لمدة 8 ساعات؟

انطلق! تمرين على الاختبار

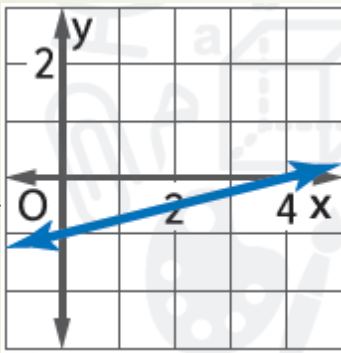
صفحة 304

18. حدد التمثيل البياني الصحيح للدالة الخطية الموضحة في كل جدول أدناه.

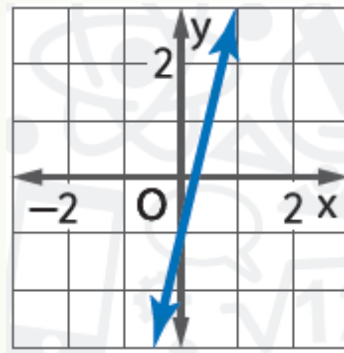
التمثيل البياني A



التمثيل البياني B



التمثيل البياني C



التمثيل البياني

الدالة

التمثيل البياني B

x	-4	0	4
y	-2	-1	0

التمثيل البياني C

x	-1	0	1
y	-5	-1	3

التمثيل البياني A

x	-4	0	4
y	0	1	2